

Calcul littéral et équations

En seconde, on ne résout plus seulement : on **choisit la forme** de l'expression selon la question posée. Développée pour calculer une image, factorisée pour résoudre.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Forme développée pour calculer, forme factorisée pour résoudre une équation égale à zéro.
2. Un quotient est nul quand son numérateur est nul et son dénominateur non nul.
3. Toute équation avec un dénominateur exige de chercher les valeurs interdites.

Développer et factoriser

RÈGLE — LES IDENTITÉS REMARQUABLES

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ; (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

COMMENT FAIRE — CHOISIR LA BONNE FORME

Pour **calculer une image**, la forme développée suffit. Pour **résoudre** $f(x) = 0$, il faut la forme factorisée.

EXEMPLE GUIDÉ

$f(x) = x^2 - 6x + 5$ se factorise en $(x-1)(x-5)$, ce qui donne immédiatement les solutions 1 et 5.

Les équations-produits

RÈGLE — PRODUIT NUL

$A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$.

COMMENT FAIRE — SE RAMENER À UN PRODUIT

On regroupe tout d'un côté pour obtenir « expression = 0 », puis on factorise.

$$(2x-1)^2 = (x+4)^2 \text{ donne } (2x-1)^2 - (x+4)^2 = 0, \text{ soit} \\ [(2x-1) - (x+4)][(2x-1) + (x+4)] = 0, \text{ c'est-à-dire } (x-5)(3x+3) = 0, \text{ d'où } x = 5 \text{ ou } x = -1.$$

PIÈGE À ÉVITER

De $A^2 = B^2$, on ne déduit pas $A = B$. Il y a deux possibilités, $A = B$ ou $A = -B$, et la factorisation les donne toutes les deux.

Les équations quotients

RÈGLE — QUOTIENT NUL

$\frac{A}{B} = 0$ équivaut à $A = 0$ et $B \neq 0$.

COMMENT FAIRE — LA MÉTHODE COMPLÈTE

1. Déterminer les valeurs interdites, celles qui annulent le dénominateur.
2. Résoudre l'équation du numérateur.
3. Écarter les solutions qui sont des valeurs interdites.

EXEMPLE GUIDÉ

$\frac{x^2-9}{x-3} = 0$: la valeur interdite est 3. Le numérateur s'annule pour $x = 3$ et $x = -3$. La seule solution est donc -3 .

ASTUCE

Écrire l'ensemble de définition avant de commencer évite d'oublier cette étape finale.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- développer et factoriser avec les identités remarquables
- choisir la forme adaptée à la question
- résoudre une équation-produit
- déterminer les valeurs interdites d'un quotient
- résoudre une équation quotient et écarter les valeurs interdites

On nous pose souvent ces questions

Quelle forme choisir pour résoudre une équation ?

La forme factorisée, car un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. La forme développée sert plutôt à calculer une image.

Peut-on déduire A égale B de A au carré égale B au carré ?

Non. Il y a deux possibilités, A égale B ou A égale moins B . La factorisation par la différence de deux carrés les donne toutes les deux.

Quand un quotient est-il nul ?

Quand son numérateur est nul et que son dénominateur ne l'est pas. Il faut donc toujours déterminer les valeurs interdites avant de conclure.