

Calcul littéral et identités remarquables

Les trois identités remarquables sont des **raccourcis** : elles évitent de développer à chaque fois, et surtout elles permettent de factoriser là où rien d'autre ne marche.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Développer

RÈGLE — LES TROIS IDENTITÉS

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

EXEMPLE GUIDÉ

$$(3x+5)^2 = 9x^2 + 30x + 25 ; (2x-7)^2 = 4x^2 - 28x + 49 ; (x+4)(x-4) = x^2 - 16.$$

PIÈGE À ÉVITER

$(a+b)^2$ ne vaut pas $a^2 + b^2$. Le double produit $2ab$ manque presque toujours : testez avec $a = b = 1$, $(1+1)^2 = 4$ et non 2.

Factoriser

COMMENT FAIRE — LES DEUX PISTES

1. Chercher un **facteur commun**.
2. Sinon, reconnaître une **identité remarquable** lue de droite à gauche.

EXEMPLE GUIDÉ

$$x^2 - 49 = (x+7)(x-7) : \text{différence de deux carrés.}$$

$$x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2 : \text{carré parfait, car } 25 = 5^2 \text{ et } 10x = 2 \times x \times 5.$$

$$9x^2 - 12x + 4 = (3x-2)^2.$$

ASTUCE

Pour reconnaître un carré parfait, vérifiez que le terme du milieu vaut bien le double produit des racines des deux termes extrêmes. Sans cette vérification, on factorise à tort.

Enchaîner les deux techniques

EXEMPLE GUIDÉ

$5x^2 - 45 = 5(x^2 - 9) = 5(x+3)(x-3)$: d'abord le facteur commun, ensuite l'identité.

Application au calcul mental

ASTUCE

$101^2 = (100+1)^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$, et
 $99 \times 101 = (100-1)(100+1) = 10\,000 - 1 = 9\,999$.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- développer avec les trois identités remarquables
- reconnaître une différence de deux carrés
- vérifier qu'une expression est un carré parfait
- enchaîner facteur commun et identité remarquable
- utiliser une identité pour un calcul mental

On nous pose souvent ces questions

Quelles sont les trois identités remarquables ?

Le carré d'une somme, le carré d'une différence et le produit d'une somme par une différence, qui donne une différence de deux carrés.

Pourquoi $(a+b)^2$ ne vaut-il pas $a^2 + b^2$?

Parce que le double produit $2ab$ est oublié. Avec a et b égaux à 1, le carré de la somme vaut 4 et non 2.

Comment reconnaître un carré parfait à factoriser ?

On vérifie que les deux termes extrêmes sont des carrés et que le terme du milieu vaut exactement le double produit de leurs racines.