

Menu
Accueil
Cours
Exercices
Contrôles
QCM
Quiz
Scratch
Problèmes
Brevet
Bac
Post-bac
LIVRES

Combinatoire et dénombrement

> Tout le chapitre repose sur une question : l'ordre compte-t-il, et peut-on répéter un élément ? Les réponses déterminent la formule à employer.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Ordre et répétition : n^k listes. Ordre sans répétition : $\frac{n!}{(n-k)!}$.
2. Sans ordre ni répétition : $[\backslash\text{binom?}]nk = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
3. $[\backslash\text{binom?}]nk = [\backslash\text{binom?}]nn-k$: choisir k éléments revient à en écarter $n-k$.

Le principe multiplicatif

RÈGLE — ÉNONCÉ

Si un choix se fait en p étapes successives, offrant respectivement $n_1, n_2, \ldots, n_p$ possibilités, alors le nombre total de résultats est $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_p$.

Les trois situations

RÈGLE — LE TABLEAU DE DÉCISION

Ordre ?	Répétition ?	Nombre	Nom

oui	oui	n^k	k -liste
oui	non	$\frac{n!}{(n-k)!}$	arrangement
non	non	$[\dbinom?]nk$	combinaison

ASTUCE

Un tirage **avec remise** autorise la répétition, un tirage **simultané** supprime l'ordre. Ces deux mots de l'énoncé suffisent à choisir la ligne du tableau.

Permutations et factorielle

À SAVOIR — DÉFINITIONS

$n! = n \times (n-1) \times \ldots \times 2 \times 1$, avec $0! = 1$ par convention. Le nombre de façons d'ordonner n éléments distincts est $n!$.

Les combinaisons

RÈGLE — FORMULE ET PROPRIÉTÉS

$[\dbinom?]nk = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$

$[\dbinom?]n0 = [\dbinom?]nn = 1$; $[\dbinom?]n1 = n$;
$[\dbinom?]nk = [\dbinom?]nn-k$.

Relation de Pascal : $[\dbinom?]nk + [\dbinom?]nk+1 = [\dbinom?]n+1k+1$.

EXEMPLE GUIDÉ

Nombre de mains de 5 cartes dans un jeu de 32 : $[\dbinom?]325 = 201\,376$. L'ordre des cartes en main n'a pas d'importance, d'où la combinaison.

PIÈGE À ÉVITER

Confondre arrangement et combinaison multiplie le résultat par $k!$. Demandez-vous toujours si permuter deux éléments change le résultat.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- appliquer le principe multiplicatif
- choisir entre liste, arrangement et combinaison
- calculer un coefficient binomial
- utiliser la symétrie et la relation de Pascal
- dénombrer les issues d'une expérience concrète

On nous pose souvent ces questions

Quand utiliser une combinaison plutôt qu'un arrangement ?

Quand l'ordre n'a pas d'importance, comme pour une main de cartes ou un comité. L'arrangement s'impose lorsque permuter deux éléments change le résultat.

Que signifient les mots avec remise et simultanément ?

Avec remise autorise la répétition d'un même élément. Simultanément supprime l'ordre, ce qui conduit à une combinaison.

Pourquoi les coefficients binomiaux sont-ils symétriques ?

Parce que choisir k éléments parmi n revient exactement à décider lesquels des n moins k autres on écarte.