

Ensembles de nombres et intervalles

Les ensembles de nombres s'emboîtent comme des poupées russes. Savoir dans lequel on travaille détermine ce que l'on a le droit d'écrire.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
2. $\in$ relie un élément à un ensemble, $\subset$ relie deux ensembles.
3. Un crochet fermé inclut la borne, un crochet ouvert l'exclut ; l'infini est toujours ouvert.

Les cinq ensembles

À SAVOIR — DE $\mathbb{N}$ À $\mathbb{R}$

$\mathbb{N}$: entiers naturels. $\mathbb{Z}$: entiers relatifs. $\mathbb{D}$: décimaux. $\mathbb{Q}$: rationnels, quotients de deux entiers. $\mathbb{R}$: tous les réels.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

EXEMPLE GUIDÉ

$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ mais $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$: son écriture décimale est infinie. $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ mais $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

PIÈGE À ÉVITER

$\in$ et $\subset$ ne s'écrivent pas au même endroit : $3 \in \mathbb{N}$ mais $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. Écrire $3 \subset \mathbb{N}$ n'a pas de sens.

Les intervalles

À SAVOIR — NOTATION

$[a ; b]$ contient a et b ; $]a ; b[$ les exclut. Le crochet est toujours ouvert du côté de $+\infty$ ou de $-\infty$.

$x \geq 3$ s'écrit $x \in [3 ; +\infty[$.

COMMENT FAIRE — RÉUNION ET INTERSECTION

L'**intersection** $\cap$ retient ce qui appartient aux deux ensembles, la **réunion** $\cup$ ce qui appartient à l'un au moins.

$$[-2 ; 5] \cap [0 ; 9] = [0 ; 5] \text{ et } [-2 ; 5] \cup [0 ; 9] = [-2 ; 9].$$

ASTUCE

Tracez systématiquement les deux intervalles l'un au-dessus de l'autre sur une droite graduée : l'intersection et la réunion se lisent alors sans risque d'erreur.

Valeur absolue et encadrements

À SAVOIR — VALEUR ABSOLUE

$|x|$ est la distance de x à zéro : $|-7| = 7$. Plus généralement, $|x-a|$ est la distance entre x et a .

RÈGLE — TRADUIRE UN ENCADREMENT

$|x-3| \leq 2$ signifie que x est à une distance d'au plus 2 de 3, soit $x \in [1 ; 5]$.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- situer un nombre dans le bon ensemble
- utiliser correctement les symboles d'appartenance et d'inclusion
- traduire une inégalité par un intervalle
- calculer une intersection et une réunion d'intervalles
- interpréter une valeur absolue comme une distance

On nous pose souvent ces questions

Quelle différence entre le symbole d'appartenance et celui d'inclusion ?

L'appartenance relie un élément à un ensemble, l'inclusion relie deux ensembles. On écrit que 3 appartient à $\mathbb{N}$, et que $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$.

Un tiers est-il un nombre décimal ?

Non. Son écriture décimale est infinie, donc il appartient à l'ensemble des rationnels mais pas à celui des décimaux.

Comment traduire une valeur absolue en intervalle ?

La valeur absolue de x moins 3 inférieure ou égale à 2 signifie que x est à une distance d'au plus 2 de 3, soit un intervalle allant de 1 à 5.