

Menu
Accueil
Cours
Exercices
Contrôles
QCM
Quiz
Scratch
Problèmes
Brevet
Bac
Post-bac
LIVRES

Équations et inéquations

> Une inéquation se résout comme une équation, avec une seule différence, mais décisive : multiplier ou diviser par un nombre **négatif** retourne le sens de l'inégalité.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
2. $x^2 = a$ admet deux solutions si $a>0$, une seule si $a=0$, aucune si $a<0$.
3. Diviser une inéquation par un nombre négatif change le sens du symbole.

Équations-produits

RÈGLE — LA PROPRIÉTÉ

$A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$.

EXEMPLE GUIDÉ

$(2x-6)(x+4)=0$ donne $x=3$ ou $x=-4$.

COMMENT FAIRE — QUAND LE PRODUIT N'APPARAÎT PAS

On factorise d'abord. $x^2-9=0$ s'écrit $(x+3)(x-3)=0$, d'où $x=-3$ ou $x=3$.

Équations du type $x^2 = a$

RÈGLE — TROIS CAS

Si $a > 0$: deux solutions, $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$.
Si $a = 0$: une seule solution, $x = 0$.
Si $a < 0$: aucune solution, un carré n'est jamais négatif.

PIÈGE À ÉVITER

Oublier la solution négative est très fréquent : $x^2 = 25$ a **deux** solutions, 5 et -5.

Les inéquations

RÈGLE — LA RÈGLE QUI CHANGE TOUT

On peut ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres sans rien changer. En revanche, multiplier ou diviser par un nombre **négatif** impose de **retourner** le symbole d'inégalité.

EXEMPLE GUIDÉ

$-3x + 7 \leq 1$ donne $-3x \leq -6$, puis, en divisant par -3 : $x \geq 2$.

COMMENT FAIRE — REPRÉSENTER LES SOLUTIONS

On hachure la partie exclue sur une droite graduée, et on marque le crochet : fermé pour $\leq$ ou $\geq$, ouvert pour $<$ ou $>$. L'ensemble des solutions s'écrit ici $[2 ; +\infty[$.

ASTUCE

Vérifiez avec une valeur : $x = 5$ donne $-15 + 7 = -8 \leq 1$, c'est cohérent. $x = 0$ donnerait $7 \leq 1$, faux — l'intervalle trouvé est le bon.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- résoudre une équation-produit nul
- factoriser pour se ramener à un produit nul
- résoudre une équation du type $x^2 = a$ sans oublier de solution
- résoudre une inéquation en retournant le symbole si nécessaire
- représenter et écrire l'ensemble des solutions

On nous pose souvent ces questions

Combien de solutions a l'équation x² = a ?

Deux si a est strictement positif, une seule si a est nul, aucune si a est négatif. Oublier la solution négative est l'erreur la plus fréquente.

Quand faut-il retourner le symbole d'une inéquation ?

Quand on multiplie ou divise les deux membres par un nombre strictement négatif. Ajouter ou soustraire ne change jamais le sens.

Comment écrire l'ensemble des solutions d'une inéquation ?

Sous forme d'intervalle, avec un crochet fermé si la borne est incluse et ouvert sinon. Le crochet est toujours ouvert du côté de l'infini.