

Menu
Accueil
Cours
Exercices
Contrôles
QCM
Quiz
Scratch
Problèmes
Brevet
Bac
Post-bac
LIVRES

Fonctions de référence

> Cinq courbes à connaître par cœur. Les reconnaître permet de résoudre graphiquement une inéquation en quelques secondes.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. La fonction carré décroît sur $]-\infty;0]$ puis croît sur $[0;+\infty[$; sa courbe est une parabole.
2. La fonction inverse est décroissante sur chacun de ses deux intervalles, jamais sur leur réunion.
3. Entre 0 et 1, $x^2<x<\sqrt{x}$; au-delà de 1, l'ordre s'inverse.

La fonction affine

À SAVOIR — DROITE

$f(x)=ax+b$: droite de coefficient directeur a et d'ordonnée à l'origine b. Croissante si $a>0$, décroissante si $a<0$, constante si $a=0$.

La fonction carré

RÈGLE — VARIATIONS ET COURBE

$f(x)=x^2$ est définie sur $\mathbb{R}$, décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$ et croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$. Sa courbe est une **parabole** de sommet l'origine, symétrique par rapport à l'axe des

ordonnées.

PIÈGE À ÉVITER

Elle n'est pas croissante sur $\mathbb{R}$: $(-5)^2 = 25$ est plus grand que $2^2 = 4$ alors que $-5 < 2$. L'ordre n'est conservé que sur les positifs.

La fonction inverse

RÈGLE — DEUX BRANCHES

$f(x) = \frac{1}{x}$ est définie sur $\mathbb{R}^*$ et **décroissante sur chacun** des intervalles $]-\infty\ ;\ 0[$ et $]0\ ;\ +\infty[$. Sa courbe est une **hyperbole**, symétrique par rapport à l'origine.

PIÈGE À ÉVITER

Elle n'est pas décroissante sur $\mathbb{R}^*$ tout entier : $-1 < 2$ mais $\frac{1}{-1} = -1$ est plus petit que $\frac{1}{2}$. Il faut énoncer les variations intervalle par intervalle.

Racine carrée et cube

À SAVOIR — LES DEUX DERNIÈRES

$f(x) = \sqrt{x}$ est définie et croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.
$f(x) = x^3$ est définie et croissante sur $\mathbb{R}$, sa courbe est symétrique par rapport à l'origine.

Comparer x, x² et √x

RÈGLE — L'ORDRE DÉPEND DE LA POSITION PAR RAPPORT À 1

Si $0 < x < 1$: $x^2 < x < \sqrt{x}$.
Si $x > 1$: $\sqrt{x} < x < x^2$.
Pour $x = 0$ et $x = 1$, les trois sont égaux.

EXEMPLE GUIDÉ

$x = 0{,}25$: $x^2 = 0{,}0625$, $\sqrt{x} = 0{,}5$. $x = 4$: $x^2 = 16$, $\sqrt{x} = 2$.

ASTUCE

Ce résultat surprend, mais un dessin des trois courbes sur $[0\ ;\ 2]$ le rend évident : elles se croisent toutes en $(1\ ;\ 1)$.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- tracer de mémoire les cinq courbes de référence
- donner les variations de la fonction carré et de la fonction inverse
- énoncer des variations par intervalle et non globalement
- comparer x, x^2 et $\sqrt{x}$ selon la position par rapport à 1
- résoudre graphiquement une inéquation avec une courbe de référence

On nous pose souvent ces questions

La fonction carré est-elle croissante ?

Seulement sur les nombres positifs. Elle décroît sur les négatifs, ce qui explique que le carré de moins cinq dépasse le carré de deux.

La fonction inverse est-elle décroissante sur tout son ensemble de définition ?

Non. Elle est décroissante sur chacun des deux intervalles séparés par zéro, mais pas sur leur réunion.

Que vaut le plus grand entre x, son carré et sa racine carrée ?

Cela dépend de la position par rapport à 1. Entre 0 et 1, le carré est le plus petit et la racine la plus grande ; au-delà de 1, l'ordre s'inverse.