

Inéquations et tableaux de signes

Étudier un signe, ce n'est pas résoudre une équation : c'est savoir, pour **chaque** valeur de x , si l'expression est positive ou négative.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Multiplier une inéquation par un nombre négatif retourne le symbole.
2. Une expression $ax+b$ change de signe en $-\frac{b}{a}$, et est du signe de a après cette valeur.
3. Le signe d'un produit se lit en multipliant les signes ligne par ligne.

Résoudre une inéquation

RÈGLE — LA RÈGLE DES SIGNES

Ajouter ou retrancher un nombre ne change rien. Multiplier ou diviser par un nombre **strictement négatif** impose de retourner le symbole.

EXEMPLE GUIDÉ

$-4x+3>11$ donne $-4x>8$ puis $x<-2$, soit $S =]-\infty ; -2[$.

Signe d'une expression affine

RÈGLE — LE TABLEAU DE BASE

$ax+b$ s'annule en $x = -\frac{b}{a}$. Elle est du signe **contraire** de a avant cette valeur, et du signe de a après.

ASTUCE

Formule à retenir en une phrase : « signe de a après le zéro ». Elle suffit à remplir n'importe quelle ligne du tableau.

Le tableau de signes d'un produit

COMMENT FAIRE — LA CONSTRUCTION

1. Chercher les valeurs qui annulent chaque facteur.
2. Les ranger dans l'ordre croissant en tête de tableau.
3. Remplir une ligne par facteur.
4. Multiplier les signes colonne par colonne pour la dernière ligne.

EXEMPLE GUIDÉ

Signe de $(x-2)(3-x)$: les zéros sont 2 et 3.

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$x-2$	-		+	
$3-x$	+		-	

produit	–	+	–
---------	---	---	---

Le produit est positif sur $]2 ; 3[$.

PIÈGE À ÉVITER

Le facteur $3-x$ a un coefficient négatif devant x : il est positif **avant 3** et négatif après.
Le traiter comme $x-3$ inverse tout le tableau.

Quotients

RÈGLE — LA DOUBLE BARRE

On procède comme pour un produit, mais la valeur qui annule le dénominateur est une **valeur interdite** : on la marque d'une double barre, et elle n'appartient jamais à l'ensemble des solutions.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- résoudre une inéquation en gérant le sens du symbole
- déterminer le signe d'une expression affine
- construire un tableau de signes d'un produit
- traiter un facteur de coefficient négatif
- résoudre une inéquation produit ou quotient

On nous pose souvent ces questions

Comment déterminer le signe d'une expression affine ?

Elle s'annule en moins b sur a, et elle est du signe de a après cette valeur, du signe contraire avant.

Comment construire un tableau de signes ?

On cherche les valeurs qui annulent chaque facteur, on les range dans l'ordre croissant, on remplit une ligne par facteur, puis on multiplie les signes colonne par colonne.

Que signifie une double barre dans un tableau de signes ?

Elle marque une valeur interdite, qui annule un dénominateur. Cette valeur n'appartient jamais à l'ensemble des solutions.