

Menu
Accueil
Cours
Exercices
Contrôles
QCM
Quiz
Scratch
Problèmes
Brevet
Bac
Post-bac
LIVRES

Loi binomiale

> La loi binomiale compte les **succès** dans une répétition d'épreuves identiques et indépendantes. Trois conditions à vérifier avant de l'employer.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Schéma de Bernoulli : n épreuves identiques, indépendantes, à deux issues.
2. $P(X=k)=[\dbinom?]nkp^k(1-p)^{n-k}$.
3. $E(X)=np$ et $V(X)=np(1-p)$.

Le schéma de Bernoulli

À SAVOIR — LES TROIS CONDITIONS

Une **épreuve de Bernoulli** a deux issues, succès de probabilité p et échec de probabilité $1-p$.

Un **schéma de Bernoulli** répète n fois cette épreuve de façon **identique** et **indépendante**.

PIÈGE À ÉVITER

Un tirage **sans remise** ne convient pas : les épreuves ne sont plus indépendantes, puisque la composition de l'urne change. Vérifiez ce point avant toute application de la formule.

La loi binomiale

RÈGLE — FORMULE

Si X compte le nombre de succès, alors X suit la loi $\mathcal{B}(n\ ;\ p)$ et :

$$P(X=k)=[\backslash\text{binom?}]nkp^k(1-p)^{n-k}\ \text{pour}0\leq k\leq n$$

À SAVOIR — D'OÙ VIENT LA FORMULE

$p^k(1-p)^{n-k}$ est la probabilité d'un chemin précis comportant k succès ; $[\backslash\text{dbinom?}]nk$ compte le nombre de ces chemins dans l'arbre.

EXEMPLE GUIDÉ

On lance 10 fois une pièce équilibrée. $P(X=4)=[\backslash\text{dbinom?}]104\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=\frac{210}{1024}\approx 0{,}205$.

Espérance et variance

RÈGLE — LES FORMULES

$E(X)=np\ \ ;\ \ V(X)=np(1-p)\ \ ;\ \ \sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}$.

ASTUCE

L'espérance se retient sans calcul : sur 100 lancers d'une pièce, on attend 50 piles.

Calculer des probabilités cumulées

COMMENT FAIRE — LES TOURNURES D'ÉNONCÉ

« Au moins un succès » : $P(X\geq 1)=1-P(X=0)$.
« Au plus k » : $P(X\leq k)$, obtenu à la calculatrice.
« Strictement plus de k » : $P(X>k)=1-P(X\leq k)$.

PIÈGE À ÉVITER

La frontière entre $\leq$ et $<$ change le résultat. Traduisez l'énoncé en inégalité avant de toucher la calculatrice.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- vérifier les conditions d'un schéma de Bernoulli
- reconnaître une situation modélisée par une loi binomiale
- calculer $P(X=k)$ avec la formule
- calculer espérance, variance et écart type
- traduire une phrase en probabilité cumulée

On nous pose souvent ces questions

Quelles conditions faut-il vérifier avant d'utiliser la loi binomiale ?

Les épreuves doivent être identiques, indépendantes et n'avoir que deux issues. Un tirage sans remise ne remplit pas la condition d'indépendance.

D'où vient le coefficient binomial dans la formule ?

Il compte le nombre de chemins de l'arbre comportant exactement k succès, chacun ayant la même probabilité.

Comment calculer la probabilité d'au moins un succès ?

On calcule la probabilité d'aucun succès, puis on la retranche à 1. C'est beaucoup plus rapide que d'additionner tous les autres cas.