

Multiples, diviseurs et divisibilité

Dire que 42 est un multiple de 6, que 6 est un diviseur de 42, ou que 42 divisé par 6 donne un reste nul, c'est dire **exactement la même chose** de trois façons.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Dans une division euclidienne, le reste est toujours plus petit que le diviseur.
2. Multiple et diviseur sont deux points de vue sur la même égalité.
3. Les critères de divisibilité évitent de poser la division.

La division euclidienne

À SAVOIR — QUOTIENT ET RESTE

Diviser l'entier a par l'entier b non nul, c'est trouver le **quotient** q et le **reste** r tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

$47 = 6 \times 7 + 5$: quotient 7, reste 5.

PIÈGE À ÉVITER

Un reste supérieur ou égal au diviseur signifie que le quotient est trop petit. Écrire $47 = 6 \times 6 + 11$ est mathématiquement vrai, mais ce n'est pas la division euclidienne.

Multiples et diviseurs

À SAVOIR — DEUX MOTS POUR UNE MÊME ÉGALITÉ

Si le reste est nul, on écrit $a = b \times q$. On dit alors que a est un **multiple** de b , et que b est un **diviseur** de a .

$42 = 6 \times 7$: 42 est un multiple de 6 et de 7 ; 6 et 7 sont des diviseurs de 42.

ASTUCE

Les multiples d'un nombre sont en quantité infinie ; ses diviseurs, eux, sont en nombre fini. Les diviseurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12.

Les critères de divisibilité

RÈGLE — LES CINQ À CONNAÎTRE

- par **2** : le nombre se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8 ;
- par **5** : il se termine par 0 ou 5 ;
- par **10** : il se termine par 0 ;
- par **3** : la somme de ses chiffres est divisible par 3 ;
- par **9** : la somme de ses chiffres est divisible par 9.

EXEMPLE GUIDÉ

Le nombre 4 privé de calculatrice : 2 358 est-il divisible par 3 ? La somme de ses chiffres vaut $2 + 3 + 5 + 8 = 18$, et 18 est divisible par 3. Donc oui.

Chercher tous les diviseurs

COMMENT FAIRE — LISTER LES DIVISEURS D'UN NOMBRE

On essaie 1, 2, 3... en notant les diviseurs **par paires**. Pour 36 : 1 et 36, 2 et 18, 3 et 12, 4 et 9, 6 et 6. On s'arrête quand les deux membres de la paire se rejoignent.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- poser une division euclidienne et donner quotient et reste
- vérifier une division par l'égalité $a = b \times q + r$
- employer correctement les mots multiple et diviseur
- utiliser les critères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 9 et 10
- lister tous les diviseurs d'un nombre

On nous pose souvent ces questions

Quelle est la différence entre un multiple et un diviseur ?

Ce sont deux façons de lire la même égalité. Puisque 42 égale 6 fois 7, on dit que 42 est un multiple de 6, et que 6 est un diviseur de 42.

Comment savoir si un nombre est divisible par 3 ?

On additionne ses chiffres : si la somme obtenue est divisible par 3, le nombre l'est aussi. Pour 2 358, la somme vaut 18, donc le nombre est divisible par 3.

Le reste d'une division euclidienne peut-il valoir 8 si le diviseur est 6 ?

Non. Le reste est toujours strictement inférieur au diviseur. Un reste de 8 signifie que le quotient trouvé est trop petit d'au moins une unité.