


Menu
Accueil
Cours
Exercices
Contrôles
QCM
Quiz
Scratch
Problèmes
Brevet
Bac
Post-bac
LIVRES

# Probabilités conditionnelles

> Conditionner, c'est **changer d'univers** : on se restreint aux cas où un événement s'est produit, et on recalcule les proportions à l'intérieur.

**L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS**

1. $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$, avec $P(A)\neq 0$.
2. Sur un arbre, on multiplie le long d'un chemin et on additionne les chemins.
3. $A$ et $B$ sont indépendants si $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$.

## La définition

**RÈGLE — PROBABILITÉ CONDITIONNELLE**

$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ se lit « probabilité de $B$ sachant $A$ ».

On en déduit $P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$.

**PIÈGE À ÉVITER**

$P_A(B)$ et $P_B(A)$ sont deux nombres différents. Les confondre est une erreur de raisonnement classique, y compris en dehors des mathématiques.

## Les arbres pondérés

**COMMENT FAIRE — LES TROIS RÈGLES**

1. La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud vaut $1$.
2. La probabilité d'un chemin est le **produit** des probabilités rencontrées.
3. La probabilité d'un événement est la **somme** des probabilités des chemins qui le réalisent.

**ASTUCE**

Les branches du premier niveau portent des probabilités simples, celles du second niveau des probabilités conditionnelles. C'est la lecture qui perturbe le plus au début.

## La formule des probabilités totales

**RÈGLE — ÉNONCÉ**

Si $A$ et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers :

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=P(A)P_A(B)+P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$$

**EXEMPLE GUIDÉ**

Une usine a deux machines : $A$ produit $60\%$ des pièces avec $2\%$ de défauts, $B$ les $40\%$ restants avec $5\%$ de défauts.

$P(\text{d[?][?]faut})=0{,}6\times0{,}02+0{,}4\times0{,}05=0{,}032$, soit $3{,}2\%$.

Et $P_{\text{d[?][?]faut}}(A)=\dfrac{0{,}012}{0{,}032}=0{,}375$.

## L'indépendance

**RÈGLE — DÉFINITION**

$A$ et $B$ sont **indépendants** si $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$, ce qui équivaut à $P_A(B)=P(B)$ : savoir que $A$ s'est produit ne change rien à $B$.

**PIÈGE À ÉVITER**

Indépendants et incompatibles sont des notions opposées, pas synonymes. Deux événements incompatibles de probabilités non nulles ne sont jamais indépendants : si l'un se produit, l'autre devient impossible.

**VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE**

- calculer une probabilité conditionnelle
- construire et lire un arbre pondéré
- appliquer la formule des probabilités totales
- renverser un conditionnement
- tester l'indépendance de deux événements

## On nous pose souvent ces questions

### Comment calculer une probabilité conditionnelle ?

On divise la probabilité de l'intersection par la probabilité de l'événement qui conditionne.

### La probabilité de B sachant A est-elle égale à celle de A sachant B ?

Non, en général ces deux nombres diffèrent. Les confondre est une erreur de raisonnement courante.

### Quelle différence entre indépendants et incompatibles ?

Des événements incompatibles ne peuvent pas se produire ensemble, donc si l'un se réalise l'autre devient impossible : ils ne sont pas indépendants. L'indépendance signifie au contraire que la réalisation de l'un ne change rien à l'autre.