

Puissances et notation scientifique

Une puissance abrège une multiplication répétée. Les quatre formules du chapitre ne sont que des conséquences de cette définition.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. a^n est le produit de n facteurs égaux à a , et $a^0 = 1$ pour tout a non nul.
2. $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$: un exposant négatif désigne un nombre petit, pas un nombre négatif.
3. La notation scientifique s'écrit $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$.

Définition

À SAVOIR — PUISSANCE D'UN NOMBRE

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \text{ pour } n \text{ entier positif.}$$

Par convention, $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ pour tout $a \neq 0$.

RÈGLE — EXPOSANT NÉGATIF

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}. \text{ Ainsi } 10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001.$$

PIÈGE À ÉVITER

10^{-3} n'est pas un nombre négatif : c'est un nombre positif très petit. Le signe de l'exposant indique un sens, pas un signe.

Les formules

RÈGLE — LES QUATRE RÈGLES

$$a^m \times a^n = a^{m+n} ; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} ; (a^m)^n = a^{m \times n} ; (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

ASTUCE

Ces formules exigent la **même base**. $2^3 \times 5^3$ ne se simplifie pas en additionnant les exposants, mais se regroupe en $(2 \times 5)^3 = 10^3$.

EXEMPLE GUIDÉ

$$\frac{10^7 \times 10^{-3}}{10^2} = \frac{10^4}{10^2} = 10^2 = 100.$$

Les puissances de 10

À SAVOIR — LECTURE RAPIDE

10^n s'écrit avec un 1 suivi de n zéros. 10^{-n} s'écrit 0,0...01 avec n chiffres après la virgule.

La notation scientifique

RÈGLE — LA FORME IMPOSÉE

Un nombre est en notation scientifique s'il s'écrit $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et n entier relatif.

EXEMPLE GUIDÉ

$45\,300 = 4,53 \times 10^4$ et $0,00072 = 7,2 \times 10^{-4}$.

PIÈGE À ÉVITER

$45,3 \times 10^3$ est une écriture correcte mais **pas scientifique** : le nombre devant la puissance doit avoir un seul chiffre non nul avant la virgule.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- calculer une puissance et connaître $a^0 = 1$
- interpréter un exposant négatif
- appliquer les formules sur les puissances de même base
- écrire un nombre en notation scientifique
- comparer deux nombres écrits avec des puissances de 10

On nous pose souvent ces questions

Que vaut un nombre à la puissance zéro ?

Il vaut 1, pour tout nombre non nul. C'est une convention cohérente avec la formule de division des puissances.

Un exposant négatif donne-t-il un nombre négatif ?

Non. Dix puissance moins trois vaut 0,001, un nombre positif très petit. Le signe de l'exposant indique un sens, pas un signe.

Qu'est-ce que la notation scientifique ?

C'est l'écriture d'un nombre sous la forme a multiplié par une puissance de dix, où a possède un seul chiffre non nul avant la virgule. Ainsi 45 300 s'écrit 4,53 fois dix puissance 4.