

Menu
Accueil
Cours
Exercices
Contrôles
QCM
Quiz
Scratch
Problèmes
Brevet
Bac
Post-bac
LIVRES

Second degré

> Tout le chapitre tient dans un nombre : le **discriminant**. Son signe décide du nombre de racines, donc de la factorisation, donc du signe du trinôme.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. $\Delta = b^2 - 4ac$ décide de tout : deux racines si $\Delta > 0$, une si $\Delta = 0$, aucune si $\Delta < 0$.
2. Un trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines.
3. La forme canonique donne le sommet de la parabole : $\alpha = -\frac{b}{2a}$.

Résoudre $ax^2+bx+c=0$

RÈGLE — LE DISCRIMINANT

$\Delta = b^2 - 4ac$.

Si $\Delta > 0$: deux racines $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Si $\Delta = 0$: une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}$.

Si $\Delta < 0$: aucune racine réelle.

EXEMPLE GUIDÉ

$2x^2 - 7x + 3 = 0$: $\Delta = 49 - 24 = 25$, donc $x = \frac{7 \pm 5}{4}$, soit $x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = 3$.

PIÈGE À ÉVITER

Erreur de signe fréquente : dans $\Delta = b^2 - 4ac$, si c est négatif, $-4ac$ devient positif. Pour $x^2 - x - 6$: $\Delta = 1 + 24 = 25$, et non $1 - 24$.

Factoriser

RÈGLE — FORME FACTORISÉE

Si $\Delta > 0$: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.
Si $\Delta = 0$: $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$.
Si $\Delta < 0$: aucune factorisation dans $\mathbb{R}$.

ASTUCE

Ne jamais oublier le coefficient a devant : $2x^2 - 7x + 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 3)$, pas $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 3)$.

La forme canonique

RÈGLE — SOMMET DE LA PARABOLE

$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.
Le sommet est $S(\alpha\ ;\ \beta)$. Si $a > 0$, β est le minimum ; si $a < 0$, c'est le maximum.

Le signe du trinôme

RÈGLE — LA RÈGLE

Un trinôme est du **signe de** a partout, sauf entre ses racines lorsqu'elles existent, où il est du signe contraire.

EXEMPLE GUIDÉ

$-x^2 + 4x - 3$: $\Delta = 16 - 12 = 4$, racines 1 et 3, et $a = -1 < 0$. Le trinôme est donc négatif sur $]-\infty\ ;\ 1[\ \cup\ ]3\ ;\ +\infty[$ et positif sur $]1\ ;\ 3[$.

COMMENT FAIRE — RÉSOUDRE UNE INÉQUATION

On se ramène à « trinôme ≥ 0 » ou « trinôme ≤ 0 », on calcule Δ, puis on applique la règle du signe. Un tableau de signes rend la conclusion immédiate.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- calculer un discriminant sans erreur de signe
- déterminer les racines d'un trinôme
- écrire la forme factorisée en conservant le coefficient a
- donner le signe d'un trinôme sur $\mathbb{R}$
- résoudre une inéquation du second degré

On nous pose souvent ces questions

À quoi sert le discriminant ?

Son signe détermine le nombre de racines du trinôme : deux racines s'il est positif, une racine double s'il est nul, aucune racine réelle s'il est négatif.

Quelle erreur de signe est la plus fréquente dans le calcul du discriminant ?

Oublier que moins quatre a c devient positif lorsque c est négatif. Pour $x^2 - x - 6$, le discriminant vaut 1 plus 24, soit 25.

Faut-il garder le coefficient a dans la forme factorisée ?

Oui, toujours. La forme factorisée s'écrit a multiplié par le produit des deux facteurs, sans quoi l'égalité est fausse.