

Fonctions polynômes du second degré

Un trinôme se présente sous trois formes. Chacune répond à une question précise : le **sommet**, les **racines**, ou l'**ordonnée à l'origine**.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Forme canonique $a(x-\alpha)^2+\beta$: le sommet est $(\alpha;\beta)$.
2. Forme factorisée $a(x-x_1)(x-x_2)$: les racines se lisent directement.
3. La parabole est tournée vers le haut si $a>0$, vers le bas si $a<0$.

Les trois formes

À SAVOIR — À QUOI SERT CHACUNE

Développée ax^2+bx+c : donne l'ordonnée à l'origine c .

Canonique $a(x-\alpha)^2+\beta$: donne le sommet et l'extremum.

Factorisée $a(x-x_1)(x-x_2)$: donne les racines et le signe.

La parabole

RÈGLE — SOMMET ET AXE

La courbe de $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$ est une parabole de sommet $S(\alpha ; \beta)$ et d'axe de symétrie la droite d'équation $x=\alpha$.

Si $a>0$, elle est tournée vers le haut et β est le **minimum**. Si $a<0$, elle est tournée vers le bas et β est le **maximum**.

EXEMPLE GUIDÉ

$f(x)=2(x-3)^2-8$: sommet $(3 ; -8)$, parabole vers le haut, minimum -8 atteint en 3 .

ASTUCE

Le signe du sommet se lit dans la forme canonique : $(x-3)$ signifie $\alpha=3$, et non -3 . C'est une inversion fréquente.

Trouver les racines

COMMENT FAIRE — À PARTIR DE LA FORME CANONIQUE

On résout $a(x-\alpha)^2+\beta=0$, soit $(x-\alpha)^2=-\frac{\beta}{a}$, puis on conclut selon le signe du membre de droite.

EXEMPLE GUIDÉ

$2(x-3)^2-8=0$ donne $(x-3)^2=4$, donc $x-3=2$ ou $x-3=-2$, soit $x=5$ ou $x=1$. La forme factorisée est $2(x-5)(x-1)$.

Le signe du trinôme

RÈGLE — RÈGLE DU SIGNE

Un trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines, et du signe contraire entre elles. S'il n'a pas de racine, il garde le signe de a partout.

EXEMPLE GUIDÉ

$2(x-1)(x-5)$ est positif sur $] -\infty ; 1[\cup] 5 ; +\infty [$ et négatif sur $] 1 ; 5 [$.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- reconnaître les trois formes d'un trinôme
- lire le sommet sur la forme canonique
- déterminer le sens de la parabole
- trouver les racines à partir de la forme canonique
- donner le signe d'un trinôme sur $\mathbb{R}$

On nous pose souvent ces questions

À quoi sert la forme canonique ?

Elle donne immédiatement le sommet de la parabole, donc le maximum ou le minimum de la fonction.

Comment savoir si la parabole est tournée vers le haut ?

On regarde le signe du coefficient devant x au carré. S'il est positif, la parabole est tournée vers le haut et le sommet est un minimum.

Où un trinôme est-il du signe de a ?

À l'extérieur de ses racines. Entre les racines, il est du signe contraire. S'il n'a pas de racine, il garde le signe de a partout.