

Symétrie centrale et parallélogrammes

La symétrie centrale est un **demi-tour** autour d'un point. Contrairement à la symétrie axiale, elle conserve le sens de parcours de la figure.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Le symétrique de M par rapport à O est le point M' tel que O soit le milieu de $[MM']$.
2. La symétrie centrale conserve longueurs, angles et aires, et transforme une droite en une droite parallèle.
3. Un quadrilatère est un parallélogramme si ses diagonales se coupent en leur milieu.

Construire un symétrique

À SAVOIR — SYMÉTRIQUE D'UN POINT

Le symétrique de M par rapport au point O est le point M' tel que O soit le **milieu** de $[MM']$. Le symétrique de O est O lui-même.

COMMENT FAIRE — À LA RÈGLE ET AU COMPAS

1. Tracer la demi-droite $[MO)$.
2. Reporter au compas la longueur OM à partir de O , de l'autre côté.
3. Le point obtenu est M' .

Ce que la symétrie centrale conserve

RÈGLE — LES PROPRIÉTÉS

Elle conserve les **longueurs**, les **angles**, les **aires** et l'alignement. De plus, l'image d'une droite est une droite qui lui est **parallèle**.

PIÈGE À ÉVITER

C'est ce qui la distingue de la symétrie axiale : celle-ci inverse le sens de lecture, la symétrie centrale le conserve. Une figure et son symétrique central se superposent par un demi-tour, sans retourner la feuille.

Le parallélogramme

À SAVOIR — DÉFINITION

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux. C'est aussi la figure obtenue quand on applique une symétrie centrale à un segment.

RÈGLE — SES PROPRIÉTÉS

Dans un parallélogramme : les **diagonales se coupent en leur milieu**, les côtés opposés sont de même longueur, les angles opposés sont égaux, et il possède un **centre de symétrie**, le point d'intersection des diagonales.

RÈGLE — COMMENT LE DÉMONTRER

Un quadrilatère est un parallélogramme si **l'une** de ces conditions est vérifiée : ses diagonales se coupent en leur milieu ; ses côtés opposés sont parallèles deux à deux ; deux côtés opposés sont à la fois parallèles et de même longueur.

ASTUCE

La condition des diagonales est la plus commode dans un exercice de construction : elle ne demande qu'un milieu et une règle.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- construire le symétrique d'un point par rapport à un point
- construire le symétrique d'une figure
- citer ce que conserve la symétrie centrale
- énoncer les propriétés du parallélogramme
- démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

On nous pose souvent ces questions

Quelle différence entre symétrie axiale et symétrie centrale ?

La symétrie axiale est un pliage selon une droite et inverse le sens de lecture. La symétrie centrale est un demi-tour autour d'un point et conserve ce sens.

Comment construire le symétrique d'un point par rapport à un point O ?

On trace la demi-droite issue du point et passant par O, puis on reporte au compas la même longueur de l'autre côté de O. Le point O est alors le milieu du segment obtenu.

Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?

Il suffit de l'une de ces conditions : ses diagonales se coupent en leur milieu, ses côtés opposés sont parallèles deux à deux, ou deux côtés opposés sont à la fois parallèles et de même longueur.