

Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore **calcule une longueur** dans un triangle rectangle ; sa réciproque **démontre un angle droit**. Ce sont deux usages à ne jamais confondre.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse égale la somme des carrés des deux autres côtés.
2. L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit, et c'est toujours le plus long.
3. La réciproque part des longueurs et conclut sur l'angle droit.

Le théorème

RÈGLE — ÉNONCÉ

Si ABC est rectangle en A , alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$, où $[BC]$ est l'hypoténuse.

COMMENT FAIRE — CALCULER L'HYPOTÉNUSE

$AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm : $BC^2 = 9 + 16 = 25$, donc $BC = \sqrt{25} = 5$ cm.

COMMENT FAIRE — CALCULER UN CÔTÉ DE L'ANGLE DROIT

On **soustrait** au lieu d'additionner. Si $BC = 13$ et $AB = 5$: $AC^2 = 169 - 25 = 144$, donc $AC = 12$.

PIÈGE À ÉVITER

Repérez d'abord l'hypoténuse. L'additionner à un autre côté au lieu de la soustraire est l'erreur la plus fréquente, et elle donne une longueur plus grande que l'hypoténuse, ce qui est impossible.

Les racines carrées

À SAVOIR — DÉFINITION

$\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré vaut a . $\sqrt{49} = 7$ car $7^2 = 49$. Il n'existe pas de racine carrée d'un nombre négatif.

ASTUCE

Connaître les carrés jusqu'à $15^2 = 225$ fait gagner beaucoup de temps en contrôle.

La réciproque

RÈGLE — DÉMONTRER UN ANGLE DROIT

Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, où $[BC]$ est le plus grand côté, alors le triangle ABC est rectangle en A . Sinon, il ne l'est pas.

COMMENT FAIRE — RÉDIGER LA COMPARAISON

On calcule séparément BC^2 d'un côté, $AB^2 + AC^2$ de l'autre, puis on compare les deux résultats avant de conclure.

EXEMPLE GUIDÉ

$AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$: $BC^2 = 100$ et $AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100$. Les deux sont égaux, donc le triangle est rectangle en A .

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- identifier l'hypoténuse d'un triangle rectangle
- calculer l'hypoténuse avec le théorème de Pythagore
- calculer un côté de l'angle droit
- utiliser la réciproque pour démontrer un angle droit
- rédiger la comparaison des deux calculs avant de conclure

On nous pose souvent ces questions

Quand utiliser le théorème de Pythagore ?

Pour calculer une longueur dans un triangle dont on sait déjà qu'il est rectangle. Pour démontrer qu'un triangle est rectangle, on utilise au contraire la réciproque.

Comment calculer un côté de l'angle droit ?

On soustrait au lieu d'additionner : le carré du côté cherché égale le carré de l'hypoténuse moins le carré de l'autre côté.

Comment reconnaître l'hypoténuse ?

C'est le côté opposé à l'angle droit, et toujours le plus long des trois côtés du triangle.