

Menu
Accueil
Cours
Exercices
Contrôles
QCM
Quiz
Scratch
Problèmes
Brevet
Bac
Post-bac
LIVRES

Théorème de Thalès et sa réciproque

> Thalès **calcule** quand on sait déjà que deux droites sont parallèles ; sa réciproque **démontre** le parallélisme. La rédaction doit dire lequel des deux on utilise.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Le théorème part du parallélisme et donne une égalité de rapports.
2. La réciproque part de l'égalité des rapports et conclut au parallélisme.
3. La configuration en papillon obéit aux mêmes égalités que les triangles emboîtés.

Le théorème

RÈGLE — ÉNONCÉ

Si (MN) est parallèle à (BC), M sur (AB) et N sur (AC), alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

COMMENT FAIRE — CALCULER UNE LONGUEUR

On sélectionne les deux rapports contenant trois longueurs connues, puis produits en croix.

EXEMPLE GUIDÉ

$AM = 3$, $AB = 7{,}5$, $BC = 10$. Alors $\frac{3}{7{,}5} = \frac{MN}{10}$, donc $MN = \frac{3 \times 10}{7{,}5} = 4$.

La configuration en papillon

À SAVOIR — DROITES SÉCANTES EN UN POINT

Quand les deux parallèles sont de part et d'autre du point d'intersection, la figure ressemble à un nœud papillon. Les égalités de rapports sont exactement les mêmes.

ASTUCE

Dans le papillon, les points se correspondent en croix. Faites un schéma au brouillon en repérant les deux triangles avant d'écrire quoi que ce soit.

La réciproque

RÈGLE — DÉMONTRER UN PARALLÉLISME

Si les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés **dans le même ordre**, et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors (MN) est parallèle à (BC).

COMMENT FAIRE — RÉDIGER LA COMPARAISON

On calcule les deux rapports séparément, sous forme décimale, puis on conclut : égaux, les droites sont parallèles ; différents, elles ne le sont pas.

EXEMPLE GUIDÉ

$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{6} \approx 0{,}667$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{6}{9} \approx 0{,}667$. Les rapports sont égaux et les points alignés dans le même ordre, donc $(MN) \,//\, (BC)$.

PIÈGE À ÉVITER

La condition d'alignement dans le même ordre n'est pas décorative : sans elle, la conclusion tombe. Elle doit apparaître dans la rédaction.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- écrire l'égalité des rapports de Thalès
- calculer une longueur manquante
- traiter une configuration en papillon
- démontrer un parallélisme avec la réciproque
- rédiger une comparaison de rapports avant de conclure

On nous pose souvent ces questions

Quand utiliser le théorème de Thalès et quand utiliser sa réciproque ?

Le théorème sert à calculer une longueur quand on sait déjà que deux droites sont parallèles. La réciproque sert à démontrer ce parallélisme à partir de l'égalité de deux rapports.

Qu'est-ce que la configuration en papillon ?

C'est le cas où les deux parallèles se trouvent de part et d'autre du point d'intersection des sécantes. Les égalités de rapports restent exactement les mêmes.

Quelle condition ne faut-il pas oublier dans la réciproque ?

Que les points soient alignés dans le même ordre sur les deux droites. Sans cette précision, la conclusion n'est pas valable.