

Théorème de Thalès

Thalès traduit une situation de **parallélisme** en une égalité de rapports. Tout le soin porte sur l'ordre des points dans l'écriture.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. La configuration exige deux droites sécantes coupées par deux parallèles.
2. Les trois rapports s'écrivent en respectant l'ordre des sommets.
3. Un agrandissement de rapport k multiplie les longueurs par k et les aires par k^2 .

La configuration

À SAVOIR — RECONNAÎTRE THALÈS

Les droites (BM) et (CN) se coupent en A , et (MN) est parallèle à (BC) . On obtient deux triangles emboîtés, AMN et ABC .

Le théorème

RÈGLE — L'ÉGALITÉ DES RAPPORTS

Si (MN) est parallèle à (BC) , alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

ASTUCE

Astuce de rédaction : dans chaque rapport, le petit triangle est au numérateur et le grand au dénominateur, toujours dans le même ordre. Cela évite d'inverser une fraction.

COMMENT FAIRE — CALCULER UNE LONGUEUR

On repère les deux rapports où figurent trois longueurs connues et l'inconnue, puis on applique les produits en croix.

EXEMPLE GUIDÉ

$AM = 4$, $AB = 10$, $AN = 6$. Alors $\frac{4}{10} = \frac{6}{AC}$, donc $AC = \frac{10 \times 6}{4} = 15$.

PIÈGE À ÉVITER

Mélanger les rapports, par exemple écrire $\frac{AM}{AB} = \frac{AC}{AN}$, donne un résultat faux. Les numérateurs doivent tous appartenir au même triangle.

Agrandissement et réduction

RÈGLE — EFFET SUR LONGUEURS, AIRES ET VOLUMES

Dans un agrandissement de rapport k , les longueurs sont multipliées par k , les aires par

k^2 et les volumes par k^3 .

EXEMPLE GUIDÉ

Un modèle réduit à l'échelle $\frac{1}{2}$ a une aire quatre fois plus petite et un volume huit fois plus petit.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- reconnaître une configuration de Thalès
- écrire correctement l'égalité des trois rapports
- calculer une longueur manquante
- vérifier la cohérence du résultat obtenu
- utiliser le rapport d'agrandissement sur les aires et les volumes

On nous pose souvent ces questions

Quand peut-on appliquer le théorème de Thalès ?

Lorsque deux droites sécantes sont coupées par deux droites parallèles. On obtient alors une égalité entre trois rapports de longueurs.

Comment éviter d'inverser les rapports ?

On place systématiquement les longueurs du petit triangle au numérateur et celles du grand au dénominateur, dans le même ordre pour les trois rapports.

Que deviennent les aires dans un agrandissement de rapport k ?

Elles sont multipliées par k au carré, tandis que les longueurs sont multipliées par k et les volumes par k au cube.