

Vecteurs

Un vecteur n'est pas un point : c'est un **déplacement**. Il se définit par une direction, un sens et une longueur, et peut se dessiner n'importe où.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Deux vecteurs sont égaux s'ils ont même direction, même sens et même longueur.
2. Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
3. $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ sont colinéaires si $xy' - x'y = 0$.

Définition

À SAVOIR — LES TROIS CARACTÉRISTIQUES

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est déterminé par sa **direction** (celle de la droite (AB)), son **sens** (de A vers B) et sa **longueur** AB , appelée norme et notée $|\overrightarrow{AB}|$.

RÈGLE — ÉGALITÉ DE VECTEURS

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que $ABDC$ est un parallélogramme — attention à l'ordre des lettres.

PIÈGE À ÉVITER

Un vecteur n'a pas de position fixe : on peut le représenter à partir de n'importe quel point. Deux flèches à des endroits différents peuvent représenter le même vecteur.

Opérations

RÈGLE — RELATION DE CHASLES

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$: le point d'arrivée du premier est le point de départ du second.

ASTUCE

Pour additionner deux vecteurs qui ne s'enchaînent pas, on utilise la règle du parallélogramme, ou bien on insère un point intermédiaire avec Chasles.

À SAVOIR — MULTIPLICATION PAR UN RÉEL

$k\vec{u}$ a la même direction que $\vec{u}$, le même sens si $k > 0$, le sens contraire si $k < 0$, et une norme multipliée par $|k|$.

Coordonnées

RÈGLE — CALCUL

Si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$, alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Norme : $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

PIÈGE À ÉVITER

L'ordre de la soustraction compte : c'est l'arrivée moins le départ. L'inverser donne le vecteur opposé.

EXEMPLE GUIDÉ

$A(1 ; 2)$ et $B(4 ; 6)$: $\overrightarrow{AB}(3 ; 4)$ et $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9+16} = 5$.

Colinéarité

RÈGLE — LE CRITÈRE DU DÉTERMINANT

$\vec{u}(x ; y)$ et $\vec{v}(x' ; y')$ sont colinéaires si et seulement si $xy' - x'y = 0$.

COMMENT FAIRE — À QUOI CELA SERT

Montrer que trois points A, B, C sont **alignés** revient à montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Montrer que (AB) et (CD) sont **parallèles** revient à montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ le sont.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- caractériser un vecteur par direction, sens et norme
- appliquer la relation de Chasles
- calculer les coordonnées et la norme d'un vecteur
- tester la colinéarité par le déterminant
- démontrer un alignement ou un parallélisme

On nous pose souvent ces questions

Un vecteur a-t-il une position fixe ?

Non. Il est défini par une direction, un sens et une longueur, et peut se représenter à partir de n'importe quel point du plan.

Comment calculer les coordonnées d'un vecteur ?

On soustrait les coordonnées du point de départ à celles du point d'arrivée, dans cet ordre. L'inverser donne le vecteur opposé.

Comment démontrer que trois points sont alignés ?

On montre que deux vecteurs construits sur ces points sont colinéaires, en vérifiant que leur déterminant est nul.