

Suites numériques

Une suite se donne de deux façons : par une **formule explicite**, qui calcule n'importe quel terme directement, ou par une **récurrence**, qui exige de passer par tous les précédents.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Arithmétique : on ajoute toujours la même raison r , et $u_n = u_0 + nr$.
2. Géométrique : on multiplie toujours par la même raison q , et $u_n = u_0 \times q^n$.
3. Pour reconnaître la nature d'une suite, on calcule $u_{n+1} - u_n$ puis $\frac{u_{n+1}}{u_n}$.

Deux modes de génération

À SAVOIR — EXPLICITE ET PAR RÉCURRENCE

Explicite : $u_n = 3n + 2$, chaque terme se calcule directement.

Par récurrence : $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 2u_n - 1$, il faut calculer de proche en proche.

Suites arithmétiques

RÈGLE — DÉFINITION ET TERME GÉNÉRAL

$u_{n+1} = u_n + r$ pour tout n . Alors $u_n = u_0 + nr$, et plus généralement $u_n = u_p + (n - p)r$.

Croissante si $r > 0$, décroissante si $r < 0$.

RÈGLE — SOMME DES TERMES

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Plus généralement, la somme de termes consécutifs vaut

$$\text{nombre de termes} \times \frac{\text{premier} + \text{dernier}}{2}.$$

Suites géométriques

RÈGLE — DÉFINITION ET TERME GÉNÉRAL

$u_{n+1} = q \times u_n$ pour tout n , avec $q \neq 0$. Alors $u_n = u_0 \times q^n$, et $u_n = u_p \times q^{n-p}$.

RÈGLE — SOMME DES TERMES

Pour $q \neq 1$: $1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$

EXEMPLE GUIDÉ

$u_0 = 1000$ et $q = 1,05$ modélise un capital placé à 5% : $u_{10} = 1000 \times 1,05^{10} \approx 1629$.

Reconnaître la nature d'une suite

COMMENT FAIRE — LES DEUX TESTS

On calcule $u_{n+1} - u_n$: si le résultat est une constante, la suite est arithmétique.
Sinon, on calcule $\frac{u_{n+1}}{u_n}$: si le résultat est une constante, elle est géométrique.

PIÈGE À ÉVITER

Tester sur deux ou trois termes ne suffit pas à conclure : il faut mener le calcul avec n quelconque. Des valeurs particulières peuvent coïncider par hasard.

Variations

RÈGLE — SUITE GÉOMÉTRIQUE

Pour $u_0 > 0$: la suite est croissante si $q > 1$, décroissante si $0 < q < 1$, constante si $q = 1$. Si $q < 0$, elle alterne de signe et n'est pas monotone.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- calculer les premiers termes d'une suite définie par récurrence
- reconnaître une suite arithmétique ou géométrique
- déterminer le terme général
- calculer une somme de termes consécutifs
- étudier le sens de variation d'une suite

On nous pose souvent ces questions

Comment reconnaître une suite arithmétique ou géométrique ?

On calcule la différence de deux termes consécutifs : si elle est constante, la suite est arithmétique. Sinon, on calcule leur quotient : s'il est constant, elle est géométrique.

Quelle différence entre définition explicite et définition par récurrence ?

La définition explicite permet de calculer n'importe quel terme directement. La définition par récurrence oblige à calculer tous les termes précédents.

Comment étudier le sens de variation d'une suite géométrique ?

Pour un premier terme positif, la suite croît si la raison dépasse 1 et décroît si la raison est comprise entre 0 et 1. Si la raison est négative, la suite n'est pas monotone.