

Trigonométrie

Le cercle trigonométrique transforme un angle en un **point du plan**. Cosinus et sinus ne sont que l'abscisse et l'ordonnée de ce point.

L'ESSENTIEL EN TROIS POINTS

1. Un tour complet vaut 2π radians, soit 360° .
2. Pour tout réel x : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, et $-1 \leq \cos x \leq 1$.
3. Deux réels qui diffèrent de 2π repèrent le même point du cercle.

Radians et cercle trigonométrique

À SAVOIR — LA MESURE EN RADIAN

Un tour complet vaut 2π radians. La conversion se fait par proportionnalité : $180[?][?] = \pi$ rad, donc $60[?][?] = \frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{4} = 45[?][?]$.

À SAVOIR — ENROULEMENT

On enroule la droite des réels autour du cercle de rayon 1. Le réel x vient se placer en un point M : son abscisse est $\cos x$, son ordonnée $\sin x$.

RÈGLE — CONSÉQUENCES IMMÉDIATES

$-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$; $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$; $\cos(x+2\pi) = \cos x$ et $\sin(x+2\pi) = \sin x$.

Les valeurs remarquables

RÈGLE — LE TABLEAU À CONNAÎTRE

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

ASTUCE

Le cosinus décroît de 1 à 0 tandis que le sinus croît de 0 à 1 : les deux lignes se lisent l'une à l'envers de l'autre. Cela divise par deux ce qu'il y a à mémoriser.

Angles associés

RÈGLE — LES FORMULES

$\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$.
 $\cos(\pi - x) = -\cos x$ et $\sin(\pi - x) = \sin x$.
 $\cos(\pi + x) = -\cos x$ et $\sin(\pi + x) = -\sin x$.

ASTUCE

Plutôt que d'apprendre ces formules par cœur, placez le point sur le cercle : la symétrie se lit directement sur le dessin.

Équations trigonométriques

COMMENT FAIRE — RÉSOUDRE $\cos x = a$

On repère les points du cercle d'abscisse a : il y en a deux, symétriques par rapport à l'axe horizontal. Les solutions sont $x = \alpha + 2k\pi$ et $x = -\alpha + 2k\pi$, avec k entier.

EXEMPLE GUIDÉ

$\cos x = \frac{1}{2}$ sur $] -\pi ; \pi]$: les solutions sont $\frac{\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{3}$.

PIÈGE À ÉVITER

Sans intervalle précisé, il existe une infinité de solutions et il faut écrire le « $+2k\pi$ ». L'oublier fait perdre la moitié des points.

VÉRIFIEZ QUE VOUS SAVEZ FAIRE

- convertir des degrés en radians et inversement
- placer un réel sur le cercle trigonométrique
- connaître les valeurs remarquables de cosinus et sinus
- utiliser les formules d'angles associés
- résoudre une équation trigonométrique sur un intervalle donné

On nous pose souvent ces questions

Comment convertir des degrés en radians ?

Par proportionnalité, sachant que 180 degrés correspondent à π radians. Ainsi 60 degrés valent $\frac{\pi}{3}$ tiers.

Pourquoi deux réels distants de deux π ont-ils le même cosinus ?

Parce qu'ils repèrent le même point sur le cercle trigonométrique : ajouter deux π revient à faire un tour complet.

Pourquoi faut-il écrire plus deux $k\pi$ dans les solutions ?

Parce qu'une équation trigonométrique posée sur l'ensemble des réels admet une infinité de solutions, obtenues en ajoutant un nombre entier de tours.