Niveau : terminale

Raisonnement par récurrence et suites

Exercice 22 : conjecturer une expressions de Un

u est la suite définie par $u_0 = 0$ et, pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 1}$.
Avec le tableur, on a obtenu ci-dessous les premières valeurs de u_n et u_n^2.

	A	B	C
1	n	u_n	u_n^2
2	0	0	0
3	1	1	1
4	2	1,41421356	2
5	3	1,73205081	3
6	4	2	4
7	5	2,23606798	5
8	6	2,44948974	6

a) Conjecturer une expression de u_n en fonction de n.
b) Valider cette conjecture par un raisonnement par récurrence.