

Exercice 28 : démontrer des conjectures avec des suites rationnelles

u et v sont les suites définies sur \mathbb{N} par :

$$u_n = \frac{n+1}{n+2} \quad \text{et} \quad v_n = \frac{n+1}{n^2+2}.$$

Certaines de leurs valeurs sont tabulées sur l'écran de calculatrice ci-dessous.

n	$u(n)$	$v(n)$
0	.5	.5
10	.91667	.10784
20	.95455	.05224
30	.96875	.03437
40	.97619	.02559
50	.98077	.02038
60	.98387	.01694

$n=60$

- a) Conjecturer la limite de chacune des suites u et v .
 b) Démontrer que, pour tout nombre entier naturel non nul n ,

$$u_n = \frac{1 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{2}{n}} \quad \text{et} \quad v_n = \frac{1}{n} \times \frac{1 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{2}{n^2}}.$$

- c) Démontrer les conjectures émises au a).