Niveau : terminale

Limite de suites

Exercice 28 : démontrer des conjectures avec des suites rationnelles

u et v sont les suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = \frac{n+1}{n+2} \text{ et } v_n = \frac{n+1}{n^2+2}.$$

Certaines de leurs valeurs sont tabulées sur l'écran de calculatrice ci-dessous.

n	u(n)	v(n)
0	.5	.5
10	.91667	.10784
20	.95455	.05224
30	.96875	.03437
40	.97619	.02559
50	.98077	.02038
60	.98387	.01694

n=60

a) Conjecturer la limite de chacune des suites u et v.

b) Démontrer que, pour tout nombre entier naturel non nul n,

$$u_n = \frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{2}{n}} \text{ et } v_n = \frac{1}{n} \times \frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{2}{n^2}}.$$

c) Démontrer les conjectures émises au **a)**.

Document pédagogique téléchargé sur maths-pdf.fr