



Exercice 7 : fonctions exponentielles et limites.

Étant donné un nombre réel k , on considère la fonction f_k

définie sur \mathbb{R} par $f_k(x) = \frac{1}{1 + e^{-kx}}$.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

Partie A

Dans cette partie on choisit $k = 1$.

On a donc, pour tout réel x , $f_1(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$.

La représentation graphique \mathcal{C}_1 de la fonction f_1 dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ est donnée en annexe.

1. Déterminer les limites de $f_1(x)$ en $+\infty$ et en $-\infty$ et interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2. Démontrer que, pour tout réel x , $f_1(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$.

3. On appelle f'_1 la fonction dérivée de f_1 sur \mathbb{R} . Calculer, pour tout réel x , $f'_1(x)$.

En déduire les variations de la fonction f_1 sur \mathbb{R} .

4. On définit le nombre $I = \int_0^1 f_1(x) dx$.

Montrer que $I = \ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$.

Donner une interprétation graphique de I .