

Exercice : tableau de variation et équation

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; 10]$ par $f(x) = -x \ln x + 2x$.

1. Montrer que la fonction dérivée f' de la fonction f est définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; 10]$ par : $f'(x) = -\ln x + 1$.
2. a) Étudier le signe de $f'(x)$ en fonction des valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[1 ; 10]$.
b) En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 10]$.
3. On appelle $\mathcal{C}$ la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé du plan (unités : 1 cm en abscisses, 1 cm en ordonnées). Représenter graphiquement $\mathcal{C}$ dans ce repère.
4. On considère l'équation (E) : $f(x) = 0$, sur l'intervalle $[1 ; 10]$.
a) Déterminer le nombre de solutions de l'équation (E).
b) Pour chacune des solutions trouvées, donner une valeur approchée à 10^{-2} près.