Niveau : terminale

Bac de maths 2025

Exercice 15 : nombres complexes et forme algébrique

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On note i le nombre complexe tel que $i^2 = -1$. On considère le point A d'affixe $Z_A = 1$ et le point B d'affixe $Z_B = i$. À tout point M d'affixe $Z_M = x + iy$, avec x et y deux réels tels que $y \neq 0$, on associe le point M′ d'affixe $Z_{M'} = -iZ_M$. On désigne par I le milieu du segment [AM]. Le but de l'exercice est de montrer que, pour tout point M n'appartenant pas à (OA), la médiane (OI) du triangle OAM est aussi une hauteur du triangle OBM′ (propriété 1) et que BM′ = 2 OI (propriété 2).

1. Dans cette question, et uniquement dans cette question, on prend $Z_M = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

a) Déterminer la forme algébrique de Z_M.

b) Montrer que $Z_{M'} = -\sqrt{3} - i$. Déterminer le module et un argument de $Z_{M'}$.

c) Placer les points A, B, M, M′ et I dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ en prenant 2 cm pour unité graphique.

Tracer la droite (OI) et vérifier rapidement les propriétés 1 et 2 à l'aide du graphique.