

Exercice 18 : droites et équation d'un plan

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

On considère les points $A(0 ; 4 ; 1)$, $B(1 ; 3 ; 0)$, $C(2 ; -1 ; -2)$ et $D(7 ; -1 ; 4)$.

1. Démontrer que les points A , B et C ne sont pas alignés.
2. Soit Δ la droite passant par le point D et de vecteur directeur $\vec{u}(2 ; -1 ; 3)$.

- a) Démontrer que la droite Δ est orthogonale au plan (ABC) .
- b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
- c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ .
- d) Déterminer les coordonnées du point H , intersection de la droite Δ et du plan (ABC) .

3. Soit \mathcal{P}_1 le plan d'équation $x + y + z = 0$ et \mathcal{P}_2 le plan d'équation $x + 4y + 2z = 0$.

- a) Démontrer que les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont sécants.
- b) Vérifier que la droite d , intersection des plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 ,

a pour représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = -4t - 2 \\ y = t \\ z = 3t + 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

- c) La droite d et le plan (ABC) sont-ils sécants ou parallèles ?