

Exercice 19 : représentation paramétrique d'un plan

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Soit \mathcal{P} le plan d'équation $3x + y - z - 1 = 0$ et \mathcal{D} la droite dont

une représentation paramétrique est
$$\begin{cases} x = -t + 1 \\ y = 2t \\ z = -t + 2 \end{cases}$$

où t désigne un nombre réel.

- 1. a)** Le point $C(1; 3; 2)$ appartient-il au plan \mathcal{P} ? Justifier.
- b)** Démontrer que la droite \mathcal{D} est incluse dans le plan \mathcal{P} .
- 2.** Soit Q le plan passant par le point C et orthogonal à la droite \mathcal{D} .
 - a)** Déterminer une équation cartésienne du plan Q .
 - b)** Calculer les coordonnées du point I , point d'intersection du plan Q et de la droite \mathcal{D} .
 - c)** Montrer que $CI = \sqrt{3}$.
- 3.** Soit t un nombre réel et M_t le point de la droite \mathcal{D} de coordonnées $(-t + 1; 2t; -t + 2)$.
 - a)** Vérifier que, pour tout nombre réel t , $CM_t^2 = 6t^2 - 12t + 9$.
 - b)** Montrer que CI est la valeur minimale de CM_t lorsque t décrit l'ensemble des nombres réels.