

## Exercice : représentation paramétrique d'un plan

L'espace est rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

Soit  $\mathcal{P}$  le plan d'équation  $3x + y - z - 1 = 0$  et  $\mathcal{D}$  la droite dont

une représentation paramétrique est 
$$\begin{cases} x = -t + 1 \\ y = 2t \\ z = -t + 2 \end{cases}$$

où  $t$  désigne un nombre réel.

1. a) Le point  $C(1; 3; 2)$  appartient-il au plan  $\mathcal{P}$  ? Justifier.  
b) Démontrer que la droite  $\mathcal{D}$  est incluse dans le plan  $\mathcal{P}$ .
2. Soit  $Q$  le plan passant par le point  $C$  et orthogonal à la droite  $\mathcal{D}$ .  
a) Déterminer une équation cartésienne du plan  $Q$ .  
b) Calculer les coordonnées du point  $I$ , point d'intersection du plan  $Q$  et de la droite  $\mathcal{D}$ .  
c) Montrer que  $CI = \sqrt{3}$ .
3. Soit  $t$  un nombre réel et  $M_t$  le point de la droite  $\mathcal{D}$  de coordonnées  $(-t + 1; 2t; -t + 2)$ .  
a) Vérifier que, pour tout nombre réel  $t$ ,  $CM_t^2 = 6t^2 - 12t + 9$ .  
b) Montrer que  $CI$  est la valeur minimale de  $CM_t$  lorsque  $t$  décrit l'ensemble des nombres réels.