

Exercice 16 : suite récurrente, suite géométrique et variations

On considère la suite (u_n) définie par tout entier naturel n par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{6u_n + 4}{u_n + 9}$.

Soit v la suite définie sur \mathbb{N} par $v_n = \frac{u_n + 4}{u_n - 1}$.

- 1) Démontrer que la suite v est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.
- 2) En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
- 3) Exprimer u_n en fonction de v_n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- 4) Étudier les variations de la suite (u_n) .