

Exercice 17 : une suite arithmétique et ses variations

On considère la suite (u_n) définie par tout entier naturel n par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{9}{6 - u_n}$.

- 1) À l'aide de la calculatrice, conjecturer le sens de variations de la suite (u_n) ainsi que sa limite éventuelle.
- 2) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$.
- 3) Démontrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison $-\frac{1}{3}$.
- 4) En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n .
- 5) Étudier les variations de la suite (u_n) .