

Exercice 10 : utilisation du produit factoriel

Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on définit $n!$ qui se lit « n factorielle » ou « factorielle n » par :

$$1! = 1 ; 2! = 1 \times 2 = 2 ; 3! = 1 \times 2 \times 3 = 6 ; \text{etc.}$$

- 1) Calculer $6!$.
- 2) Montrer par récurrence que $3^n \leq n!$ pour tout $n \geq 7$.
- 3) Montrer que $n! \leq n^n$ pour tout $n \geq 1$.