

Raisonnement par récurrence et suites

Exercice 21 : suite qui satisfait la relation de récurrence

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n + 3n(n+1) + 1$ pour tout entier $n \geq 0$.

- 1) À l'aide d'une calculatrice, conjecturer une expression explicite de u_n .
- 2) Démontrer cette égalité en utilisant une démonstration par récurrence.
- 3) Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = n^3$.
 - a) Montrer que $v_0 = u_0$.
 - b) Montrer que la suite (v_n) satisfait la relation de récurrence de la suite (u_n) .