

**Exercice 6 : problème de géométrie dans un repère orthonormé**

On considère, dans un repère orthonormé  $(O; I; J)$ , trois points  $A(1;7)$ ,  $B(-5; -5)$  et  $C(7; -1)$ .

- 1)
  - a) Déterminer les coordonnées des points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ , milieux respectifs des segments  $[BC]$ ,  $[AC]$  et  $[AB]$ .
  - b) Déterminer l'équation réduite des droites  $(AA')$  et  $(BB')$ .
  - c) Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection  $K$ .
  - d) Montrer, par le calcul, que  $K$  appartient à la droite  $(CC')$ .
  - e) Quel théorème classique de géométrie aurait permis de démontrer le résultat précédent ?
  - f) Montrer que  $K$  est situé aux deux-tiers des segments  $[AA']$ ,  $[BB']$  et  $[CC']$  en partant des points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
- 2) Calculer les distances  $OA$ ,  $OB$ , et  $OC$ . Que peut-on en déduire pour le point  $O$  ?
- 3) On considère le point  $H(3; 1)$ .
  - a) Soit  $A_1(4; -2)$ .  
Montrer que  $A$ ,  $H$  et  $A_1$  sont alignés.
  - b) Soit  $C_1(-1; 3)$ .  
Montrer que  $C$ ,  $H$  et  $C_1$  sont alignés.
  - c) Montrer que les triangles  $AA_1C$  et  $CC_1A$  sont des triangles rectangles.
  - d) Que peut-on en déduire sur le point  $H$  ?
- 4) Montrer que les points  $O$ ,  $K$  et  $H$  sont alignés.

---

Document pédagogique téléchargé sur [maths-pdf.fr](https://maths-pdf.fr)