

Exercice 37 : étudier la limite et l'asymptote verticale

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$
par :

$$f(x) = (\ln x)^3 - 3 \ln x.$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1) a) Étudier la limite de f en $+\infty$.
b) Montrer que \mathcal{C} admet une asymptote verticale.
- 2) Montrer que pour tout $x > 0$,

$$f'(x) = \frac{3(\ln x - 1)(\ln x + 1)}{x}.$$

- 3) Dresser le tableau des variations de f .
- 4) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
- 5) Construire \mathcal{C} et son asymptote.