Niveau : terminale

Les fonctions sinus et cosinus

Exercice 19 : démontrer la dérivée nième d'une fonction

On note $f^{(0)} : x \mapsto \cos x$ la fonction cosinus, $f^{(1)}$ la dérivée de $f^{(0)}$, $f^{(2)}$ la dérivée de $f^{(1)}$, $f^{(3)}$ la dérivée de $f^{(2)}$, etc. On nomme $f^{(n)}$ la dérivée n-ième de f.

1) a) Calculer $f^{(1)}(x) = f'(x)$, $f^{(2)}(x) = f''(x)$ et $f^{(3)}(x)$.

b) Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$f^{(n)}(x) = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right).$$

2) Prouver la formule analogue pour la fonction sinus.

Document pédagogique téléchargé sur maths-pdf.fr