

Exercice 5 : une étude de fonction puis d'une intégrale

Soit $f : x \mapsto \sqrt{1-x^2}$ et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

- 1) Quel est l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f ?
- 2)
 - a) Représenter graphiquement f sur $\mathcal{D}_f$ et conjecturer la nature géométrique de $\mathcal{C}_f$.
 - b) Soit $M(x_M; y_M)$ un point du plan. Démontrer que $M \in \mathcal{C}_f$ si et seulement si $OM = 1$ et $x_M \in \mathcal{D}_f$.
 - c) En déduire la nature exacte de $\mathcal{C}_f$.
- 3) On considère $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.
 - a) Pourquoi cette intégrale est-elle bien définie ?
 - b) Dédurre des questions précédentes la valeur de I .