Niveau : terminale

Calcul d'intégrales

Exercice 5 : une étude de fonction puis d'une intégrale

Soit $f : x \mapsto \sqrt{1-x^2}$ et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

1) Quel est l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f ?

2) a) Représenter graphiquement f sur $\mathscr{D}_f$ et conjecturer la nature géométrique de $\mathscr{C}_f$.

b) Soit $M(x_M\,;y_M)$ un point du plan. Démontrer que $M \in \mathscr{C}_f$ si et seulement si $OM = 1$ et $x_M \in \mathscr{D}_f$.

c) En déduire la nature exacte de $\mathscr{C}_f$.

3) On considère $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

a) Pourquoi cette intégrale est-elle bien définie ?

b) Déduire des questions précédentes la valeur de I.

Document pédagogique téléchargé sur maths-pdf.fr