

Exercice 12 : un fabricant de yaourts brassés

Un fabricant de yaourts brassés utilise une machine pour remplir ses pots, dont la masse affichée est de 125 g. La masse de yaourt X introduite dans chaque pot suit la loi $\mathcal{N}(125 ; 2^2)$ et un pot est déclaré conforme s'il contient au moins 122 g de yaourt brassé.

- 1) Quelle est la probabilité qu'un yaourt soit conforme ?
- 2) Le gérant souhaite modifier les réglages de la machine pour diminuer le nombre de pots non conformes. Il souhaite obtenir 97 % de yaourts conformes, sans changer la quantité moyenne de yaourt introduite dans les pots.

On suppose que la masse X de yaourt suit toujours une loi normale d'espérance $\mu = 125$. On note σ' la nouvelle valeur de l'écart-type.

- a) Soit $Z = \frac{X - 125}{\sigma'}$. Quelle loi suit Z ?
- b) Expliquer pourquoi $122 \leq X \Leftrightarrow -\frac{3}{\sigma'} \leq Z$.
- c) En déduire la valeur de σ' .
- 3) Un ingénieur lui a indiqué qu'il ne pourrait pas modifier l'écart-type, mais uniquement la moyenne. En prenant $\sigma = 2$, quelle quantité μ' de yaourt doit-être introduite pour obtenir 97 % de yaourts conformes ?