

Exercice 6 : déterminer la valeur de t pour laquelle la longueur est minimale

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ et I le milieu de $[AB]$.

- 1) Construire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dans l'espace.
- 2) Placer un point M du segment $[AC]$ et \wp le plan passant par I et orthogonal à la droite (IM) .
- 3) Construire le point N intersection de \wp et de la droite (OB) .
- 4) Conjecturer la position du point M pour laquelle la distance MN est minimale.
- 5) Démonstration
 - a) Soit t le réel tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AC}$. Exprimer les coordonnées de M en fonction de t . On admet que $N(0; t; 0)$.
 - b) Exprimer la longueur MN en fonction de t .
 - c) Déterminer la valeur de t pour laquelle cette longueur est minimale.