

**Exercice 6 : déterminer la valeur de  $t$  pour laquelle la longueur est minimale**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;1;0)$ ,  $C(0;0;1)$  et  $I$  le milieu de  $[AB]$ .

- 1) Construire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dans l'espace.
- 2) Placer un point  $M$  du segment  $[AC]$  et  $\varphi$  le plan passant par  $I$  et orthogonal à la droite  $(IM)$ .
- 3) Construire le point  $N$  intersection de  $\varphi$  et de la droite  $(OB)$ .
- 4) Conjecturer la position du point  $M$  pour laquelle la distance  $MN$  est minimale.
- 5) Démonstration
  - a) Soit  $t$  le réel tel que  $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AC}$ . Exprimer les coordonnées de  $M$  en fonction de  $t$ . On admet que  $N(0;t;0)$ .
  - b) Exprimer la longueur  $MN$  en fonction de  $t$ .
  - c) Déterminer la valeur de  $t$  pour laquelle cette longueur est minimale.