

Produit scalaire dans l'espace

Exercice 5 : déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

PARTIE A

Dans chacun des cas suivants, déterminer si H est le projeté orthogonal de A sur (\mathcal{P}) :

1) (\mathcal{P}) a pour équation $-2x + 3y - z + 8 = 0$;

- a) $A(2; 2; -4)$ et $H(4; -1; -3)$;
- b) $A(0; 4; -4)$ et $H(2; 1; -3)$.

2) (\mathcal{P}) a pour équation $7x - 5y - 6z + 1 = 0$;

- a) $A(-5; 5; 1)$ et $H(9; -5; 13)$;
- b) $A(7; -6; 7)$ et $H(0; -1; 1)$.

3) (\mathcal{P}) a pour équation $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z - \frac{1}{5} = 0$;

- a) $A(7; -2; 4)$ et $H\left(4; 0; \frac{5}{2}\right)$;
- b) $A\left(-5; 5; -\frac{43}{15}\right)$ et $H\left(1; 1; \frac{2}{15}\right)$.

PARTIE B

Déterminer, dans chacun des cas suivants, les coordonnées de H , projeté orthogonal du point A sur (\mathcal{P}) :

1) $(\mathcal{P}) : x + y + z - 1 = 0$ et $A(1; 1; 1)$;

2) $(\mathcal{P}) : 2x - 3y + 4z - 5 = 0$ et $A(1; 2; 3)$;

3) $(\mathcal{P}) : -x - 2y + 11z + 5 = 0$ et $A(-1; -4; 3)$;

4) $(\mathcal{P}) : ax + by + cz + d = 0$ et $A(\alpha; \beta; \gamma)$.