

Exercice 6 : calculer la norme du vecteur normal

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère un point $A(x_A; y_A; z_A)$ et un plan (\mathcal{P}) d'équation cartésienne $ax + by + cz + d = 0$ et de vecteur normal \vec{n} .

- 1) Soit H le projeté orthogonal de A sur (\mathcal{P}) .
 - a) Faire un schéma.
 - b) Démontrer que si M est un point de (\mathcal{P}) distinct de H , alors $AM > AH$.
- 2) On pose $\overrightarrow{AH} = \lambda \vec{n}$.
 - a) Démontrer que : $\lambda = -\frac{ax_A + by_A + cz_A + d}{\|\vec{n}\|^2}$
 - b) En déduire une expression de AH en fonction des coordonnées de A , des coefficients a, b, c et d et de $\|\vec{n}\|$.
- 3) Application.

On reprend la figure de l'exercice où une équation cartésienne de (FHI) est $3x + 3y + 2z - 5 = 0$. Déterminer les distances des points suivants au plan (FHI) :

 - a) G ;
 - b) A ;
 - c) B ;
 - d) D .