

Exercice 7 : calculer une distance et conjecture dans un logiciel

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace.

Soient $A(-3; 4; 5)$ et $B(-4; -1; -1)$ deux points et

$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ deux vecteurs.

On considère la droite (d) engendrée par A et \vec{u} ainsi que la droite (Δ) engendrée par B et \vec{v} .

On cherche deux points K et L tels que $K \in (d)$, $L \in (\Delta)$ et (KL) soit perpendiculaire à (d) et (Δ) .

- 1) Représenter la situation dans un logiciel et conjecturer une solution au problème.
- 2) On note $\overrightarrow{AK} = k\vec{u}$ et $\overrightarrow{BL} = l\vec{v}$, où k et l sont des réels. Déterminer les coordonnées de K , de L puis de \overrightarrow{KL} en fonction de k et l .
- 3) Démontrer que (KL) est perpendiculaire à (d) et (Δ) si et seulement si :

$$\begin{cases} 2k - l &= -3 \\ -3k + 2l &= 4 \end{cases}$$

- 4) Résoudre ce système puis en déduire les coordonnées des points K et L .
- 5) Calculer la distance KL .