

## Exercice 25 : représentation paramétrique et volume

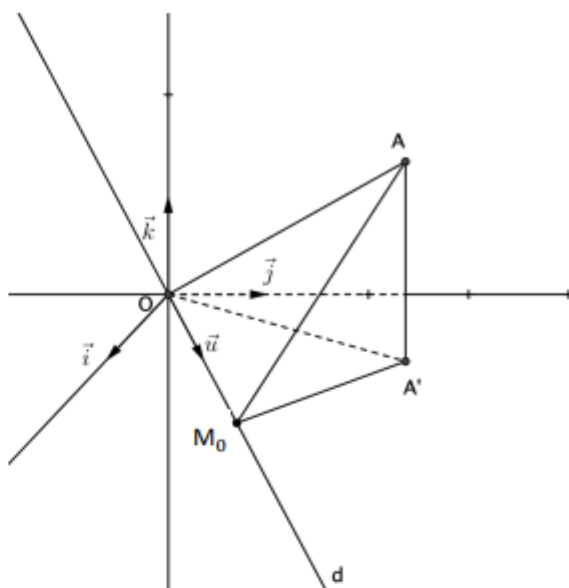
**Principaux domaines abordés :****Géométrie de l'espace rapporté à un repère orthonormé ; orthogonalité dans l'espace.**

Dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère :

- le point A de coordonnées  $(1 ; 3 ; 2)$ ,
- le vecteur  $\vec{u}$  de coordonnées  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,
- la droite d passant par l'origine O du repère et admettant pour vecteur directeur  $\vec{u}$ .

Le but de cet exercice est de déterminer le point de d le plus proche du point A et d'étudier quelques propriétés de ce point.

On pourra s'appuyer sur la figure ci-contre pour raisonner au fur et à mesure des questions.



1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.
2. Soit  $t$  un nombre réel quelconque, et M un point de la droite d, le point M ayant pour coordonnées  $(t ; t ; 0)$ .

a. On note AM la distance entre les points A et M. Démontrer que :

$$AM^2 = 2t^2 - 8t + 14.$$

b. Démontrer que le point  $M_0$  de coordonnées  $(2 ; 2 ; 0)$  est le point de la droite d pour lequel la distance AM est minimale. On admettra que la distance AM est minimale lorsque son carré  $AM^2$  est minimal.

3. Démontrer que les droites  $(AM_0)$  et d sont orthogonales.
4. On appelle  $A'$  le projeté orthogonal du point A sur le plan d'équation cartésienne  $z = 0$ . Le point  $A'$  admet donc pour coordonnées  $(1 ; 3 ; 0)$ . Démontrer que le point  $M_0$  est le point du plan  $(AA'M_0)$  le plus proche du point O, origine du repère.

5. Calculer le volume de la pyramide  $OM_0A'A$ .

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par :  $V = \frac{1}{3}Bh$ , où  $B$  est l'aire d'une base et  $h$  est la hauteur de la pyramide correspondant à cette base.

