

Exercice 36 : positions relatives de deux courbes

f et g sont les fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 + 4x + 49$ et $g(x) = x^2 - 2x + 4$.

C_f et C_g sont respectivement les représentations graphiques de f et g dans un repère orthonormé du plan.

1. a. En remarquant que $x^2 - 2x$ est le début d'une identité remarquable, compléter les pointillés suivants :
Pour tous les réels x , on a :

$$g(x) = (x - \dots)^2 - \dots + 4;$$

$$g(x) = (x - \dots)^2 + \dots.$$

b. Déterminer les antécédents de 19 par g .

2. a. Compléter les pointillés suivants. Pour tous les réels x , on a :

$$\begin{aligned} -3x^2 + 6x + 45 &= -3(\dots - \dots - \dots) \\ &= -3[(x - \dots)^2 - \dots - \dots] \\ &= -3[(x - \dots)^2 - \dots^2] \end{aligned}$$

En utilisant une identité remarquable, on obtient :

$$-3x^2 + 6x + 45 = -3(x - \dots)(x + \dots)$$

b. Étudier la position relative des courbes C_f et C_g .

3. Application : un jardinier doit faire le parterre suivant qui correspond aux courbes C_f et C_g . L'unité est le mètre. Déterminer les dimensions AB et CD de ce parterre en s'aidant des informations du graphique.

