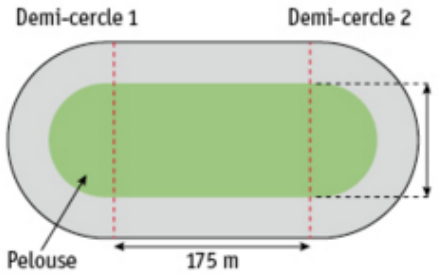
Niveau : seconde

Fonctions carré et polynôme

Exercice 24 : construction d'une piste d'athlétisme



Au lycée Moneau, on développe les activités de plein air. Quand arrive le projet de construire pour ce lycée une piste d'athlétisme d'au moins 350 m, l'architecte souhaite réserver un plus grand rectangle de pelouse au milieu de cette piste, comme l'indique le schéma ci-dessus.

Partie A. Modélisation

1. Au vu des contraintes de ce problème, introduire deux inconnues utiles au calcul du rectangle de pelouse et au tour de piste de 350 m.
2. Quitte à renommer l'inconnue, montrer que l'aire $\mathscr{A}$ de la pelouse peut s'exprimer en fonction d'une de ces inconnues avec l'expression : $\mathscr{A}(\ell) = 175\ell - \pi\ell^2$.
3. Que cherche-t-on à déterminer au sujet de cette fonction ?

Partie B. Outils algébriques

1. Justifier que le réel l doit vérifier $\ell > 0$ et $\mathscr{A}(\ell) > 0$.
2. Factoriser $\mathscr{A}(\ell)$ et résoudre le système :

$$\begin{cases} \mathscr{A}(\ell) > 0 \\ \ell > 0 \end{cases}$$

3. En déduire l'ensemble de définition de la fonction $\mathscr{A}$.

Partie C. Conjecture à l'aide d'une calculatrice

1. Entrer les paramètres de cette fonction dans la calculatrice (graphique) et la représenter dans une fenêtre raisonnable à l'aide de la partie A et des fonctionnalités de la machine.
2. Conjecturer pour cette fonction $\mathscr{A}$ son tableau de variations sur son ensemble de définition ; son maximum et la valeur en laquelle il est atteint.

Partie D. Algorithme

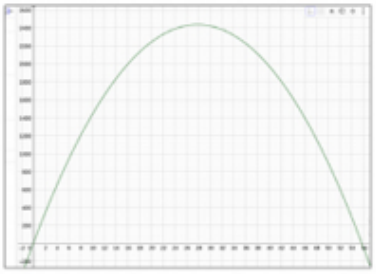
On a programmé en Python un algorithme et on a obtenu ceci :

```
from math import *
def A(l) :
    y=l*(175-pi*l)
    return y
def maximun(pas) :
    l=0
    while A(l)<A(l+pas) :
        l=l+pas
    return (l)
```

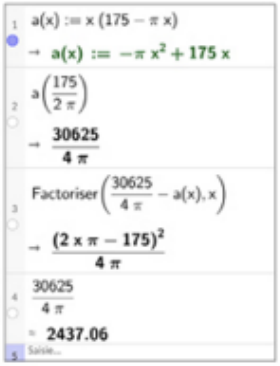
1. Traduire ce programme en un algorithme.
2. Expliquer alors quelle est sa fonction.
3. Recopier ce code sur une console et lancer ce programme. Proposer une réponse mesurée à ce problème.

Partie E. Calcul formel

On a utilisé le module graphique et de calcul formel de Geogebra, et on a obtenu ceci :



1. Expliquer la saisie de chacune des quatre lignes de commande.
2. Qu'apprend-on grâce à la troisième ligne de commande ?
3. Conclure sur le problème et sa réponse.



Document pédagogique téléchargé sur maths-pdf.fr