Niveau : terminale

Raisonnement par récurrence et suites

Exercice 28 : suites et nombre de diagonales de polygones convexes

Pour tout entier naturel $n \geqslant 3$, d_n est le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n sommets.

1. a) Pour chaque polygone convexe ci-dessus, déterminer son nombre de diagonales, puis compléter ce tableau.

n	3	4	5	6
d_n	0			

b) Dans un repère, quelle est l'allure du nuage de points représentant la suite (d_n) ?

c) On admet alors qu'il existe deux réels a et b tels que $d_n = an^2 + bn$. Déterminer a et b.

2. a) Combien de nouvelles diagonales sont créées lors de l'ajout d'un sommet au polygone convexe ?

b) En déduire, pour tout entier naturel $n \geqslant 3$, l'expression de d_{n+1} en fonction de d_n.

c) Retrouver alors le résultat obtenu à la question **1. c)** par récurrence.