

Exercice 29 : un roi distribue des pièces d'or à ses ministres

Un roi distribue des pièces d'or à ses ministres : au premier



ministre, il donne cinq pièces ; au second ministre, il donne le double du premier moins deux pièces ; au troisième ministre, il donne le double du second moins trois pièces ; et ainsi de suite ...

Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on note a_n le nombre de pièces d'or distribuées au n -ième ministre.

a) Pour tout entier naturel $n \geq 1$, exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .

b) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, $a_n = 2^n + n + 2$.

c) Combien de pièces d'or recevra le 10^e ministre ?