Niveau : terminale

Raisonnement par récurrence et suites

Exercice 29 : un roi distribue des pièces d'or à ses ministres

Un roi distribue des pièces d'or à ses ministres : au premier ministre, il donne cinq pièces ; au second ministre, il donne le double du premier moins deux pièces ; au troisième ministre, il donne le double du second moins trois pièces ; et ainsi de suite …

Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on note a_n le nombre de pièces d'or distribuées au n-ième ministre.

a) Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, exprimer a_{n+1} en fonction de a_n.

b) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $a_n = 2^n + n + 2$.

c) Combien de pièces d'or recevra le 10^{e} ministre ?