

Exercice 30 : programme réalisé avec Python et récurrence double



(u_n) est la suite définie par $u_0 = -1, u_1 = 1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{u_n}{4}$.

1. Voici un programme écrit en langage Python qui calcule et affiche les n premiers termes de la suite (u_n) .

```

1 n=int(input("n="))
2 uprecedent=-1
3 u=1
4 print(uprecedent)
5 print(u)
6 for i in range(2,n):
7     temp=□
8     u=□
9     uprecedent=temp
10    print(u)

```

a) Indiquer ce qui est caché sous chacun des deux cadres colorés.

b) Modifier le programme afin qu'il affiche également les n premiers termes de la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$v_n = 2^n \times u_n$$

c) Le saisir et le tester pour $n = 10$.

Quelle conjecture peut-on émettre pour la suite (v_n) ?

d) Selon cette conjecture, exprimer v_n puis u_n en fonction de n .

2. Démontrer ce résultat par récurrence double