Niveau : terminale

Raisonnement par récurrence et suites

Exercice 30 : programme réalisé avec Python et récurrence double

Algo python

(u_n) est la suite définie par $u_0 = -1, u_1 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{u_n}{4}$.

1. Voici un programme écrit en langage Python qui calcule et affiche les n premiers termes de la suite (u_n).

```
1  n=int(input("n="))
2  uprecedent=-1
3  u=1
4  print(uprecedent)
5  print(u)
6  for i in range(2,n):
7      temp=
8      u=
9      uprecedent=temp
10     print(u)
```

a) Indiquer ce qui est caché sous chacun des deux cadres colorés.

b) Modifier le programme afin qu'il affiche également les n premiers termes de la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$v_n = 2^n \times u_n.$$

c) Le saisir et le tester pour $n = 10$.

Quelle conjecture peut-on émettre pour la suite (v_n) ?

d) Selon cette conjecture, exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

2. Démontrer ce résultat par récurrence double